

无源线性网络与Bott-Duffin综合

范迪¹ 刘英敏² 吕常智³

(1. 山东科技大学 电子通信与物理学院, 山东 青岛 266590;

2. 奥克兰大学医学院 解剖影像系磁共振成像研究组, 新西兰 奥克兰 1023;

3. 山东科技大学 电气与自动化工程学院, 山东 青岛 266590)

摘要: 论文介绍了无源网络的阻抗函数及正实函数的性质。无源线性网络可以实现具有正实函数特性的阻抗函数, 且仅能实现正实函数。Bott-Duffin综合建立了线性网络和正实函数的对应关系, 对于把电工原理课程和自动控制原理联系在一起提供了重要的指导方法。

关键词: 无源网络; 阻抗函数; 正实函数; Bott-Duffin综合

中图分类号: TG642.0

文献标志码: A

文章编号: 1674-9324(2015)50-0187-03

一、前言

无源网络综合主要研究通过有限多个电阻、电感、电容及变压器等无源元件来实现给定网络描述函数的问题^[1]。由有限个电阻、电感及电容等无源元件所组成的线性网络, 称为无源线性网络, 研究其输入导抗(即阻抗或导纳的总称)的性质, 在电工课程的教学中有重要意义^[2]。

本文介绍了无源线性网络的阻抗特性, 这是一个复变函数作为网络阻抗的必要条件, 而满足这些条件的阻抗也恰好是无源线性网络可以实现的。Bott和Duffin构造出了一种无变压器综合方法, 即著名的Bott-Duffin综合法。它指出了无源网络的能力和局限, 并且将无源网络和正实函数一一对应起来, 使得无源网络的研究转变为某类单复变函数的研究。Bott-Duffin综合被自然地应用到自动控制系统的综合中, 搭起了电工原理课程和自动控制系统的桥梁。

二、无源线性网络的阻抗特性与正实函数

由R、L、C等无源元件组成的网络, 其驱动点函数是有理正实函数(下文介绍), 这是无源单口网络可以实现的充分必要条件, 是无源网络综合的基础。作为单个元件, 电感的电压—电流关系式是 $u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$ 。其中 $u(t)$ 、 L 、 $i(t)$ 分别是电感两端的电压、电感值和电流。利用Laplace变换, 可以写成 $U(s) = sLI(s)$, s 是复变量。电阻和电容的关系式分别是 $U(s) = RI(s)$ 、 $I(s) = I(s)/Cs$ 。多个电阻、电感和电容串联或者并联可以组成一个无源线性网络。记这个无源网络的阻抗为 $Z(s)$,

则 $Z(s)$ 作为单个复变量 s 的函数, 它具有以下特性:

(1) $Z(s)$ 是一个有理函数, 也就是两个多项式的比值;

(2) 对实数 s , $Z(s)$ 是实数;

(3) 对实部大于零的复数 s , $Z(s)$ 的实部也大于零。

以上三个特性都与电路网络的特性相对应。

设电阻 R 、电感 L 和电容 C 的运算阻抗分别为 $Z_R(s) = R$ 、 $Z_L(s) = sL$ 和 $Z_C(s) = 1/sC$ 。因为两个元件(阻抗分别为 $Z_1(s)$ 和 $Z_2(s)$)可以串联或并联, 所得总阻抗具有式(1)关系:

$$Z(s) = Z_1(s) + Z_2(s) \text{ 或 } Z(s) = \frac{Z_1(s)Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)} \quad (1)$$

两个有理函数经过(1)的运算后, 仍然是有理函数, 故特性(1)成立; 如果外加的电压是直流电, 网络表现为纯电阻特性, 特性(2)成立; 特性(3)指出无源线性网络的电压、电流相位差不超过 π , 或者反相无法实现。特性(3)对无源网络成立也是这类网络不能持续输出能量的结果。满足这三个特性的复变量函数叫作正实函数(Positive Real Function, 简记为PRF), 它是阻抗函数可以由网络函数实现的必要条件。正实函数及其性质是无源网络综合理论的基础。正实函数的其他一些特性可以由定义中的三个特性导出, 列举如下: 分子分母多项式的系数是实数; 分子分母多项式的次数最多差一次; 零、极点全部在左半平面和虚轴上(或无穷远处)。因此, 任一正实函数必属于下列四

课题项目 山东科技大学研究生教育计划项目(KDYC14025), 山东科技大学自动化学院名校工程建设项目(MX-KSGG-3)资助

作者简介 范迪(1976-), 女, 河南南阳人, 博士, 副教授, 研究方向: 检测技术与自动化装置, 信号/图像处理, 智能系统; 吕常智(1971-), 男, 江西兴国人, 硕士, 副教授, 研究方向: 电力系统自动化, 检测技术与自动化装置, 自动控制技术。

通讯作者 刘英敏(1973-), 男, 河北灵寿人, 博士, 研究员, 研究方向: 磁共振成像, 医学图像处理, 控制理论与控制工程。